Zespół Szkół Mechanicznych nr 1
im. Szczepana Humberta w Krakowie
Technikum Mechaniczne nr 15
Zespół przedmiotowy nauczycieli matematyki

Wymagania z wiedzy i umiejętności
na poszczególne stopnie szkolne
z matematyki dla klas pięcioletniego technikum
po szkole podstawowej.

Matematyka. Solidnie od podstaw.
Zakres rozszerzony.
Oficyna Edukacyjna PAZDRO.

Uczeń, aby otrzymać daną ocenę powinien opanować umiejętności wymagane na daną ocenę oraz wymagania na oceny niższe

Klasa 4 TPA technikum

mgr Justyna Podziomska

Trygonometria

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń:
dopuszczający	• zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; • potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; • potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); • potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; • zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^o, 45^o, 60^o$; • rozumie pojęcie miary łukowej kąta; • potrafi zamienić stopnie na radiany i radiany na stopnie; • zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; • umie podać znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach; • potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta; • zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; • zna wzory redukcyjne i potrafi je zastosować; • potrafi naszkicować wykresy funkcji trygonometrycznych i omówić ich własności; • potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa względem punktu $(0, 0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor; • potrafi stosować wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów do rozwiązywania prostych zadań; • potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych;
dostateczny	• potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^o, 45^o, 60^o$; • zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; • potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; • potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta; • potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń; • potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta; • umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze α, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; • potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; • potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; • zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach; • potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

	• potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznych (w prostych przypadkach); • wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; • potrafi rozwiązywać proste równania trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
dobry	• potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych; • potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; • potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; • potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej; • potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone); • potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne; • potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności; • potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta/ nieparzysta; • potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; • potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki; • potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów; • potrafi szkicować wykresy funkcji trygonometrycznych stosując wzory $y = -f(x), y = f(-x)$; • potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; • potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych;
bardzo dobry	• potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; • potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; • potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; • potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; • potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia; • potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje podwojonego kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; • potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta;

	• potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; • potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne, w których występuje parametr;
celujący	• potrafi rozwiązać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązania; • potrafi rozwiązać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

Geometria płaska – okręgi i koła, rozwiązywanie trójkątów, pole trójkąta, pole koła

Stopień	**Wiadomości i umiejętności. Uczeń:**
dopuszczający	• zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu; • potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej; • zna definicję stycznej do okręgu; • zna twierdzenie o stycznej do okręgu; • zna twierdzenie o odcinkach stycznych; • umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów; • posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła; • zna twierdzenie o cięciwach; • zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; • zna twierdzenie sinusów, zna twierdzenie cosinusów; • rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; • zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; • potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; • zna twierdzenie o polach figur podobnych; • zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; • wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań;
dostateczny	• potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań; • zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach; • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny; • potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; • potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności

	twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; • potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
dobry	• potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu; • potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu; • wie, co to jest kąt dopisany do okręgu; • zna twierdzenie o kątach wpisanym i dopisanym do okręgu, opartych na tym samym łuku; • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów; • potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne; • stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach; • rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt; • potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; • potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
bardzo dobry	• potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; • potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów; • potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności; • potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych; • przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie; • potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; • rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.); • potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola;
celujący	• umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło; • umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu; • umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia; • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania; • potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa

	z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

Geometria płaska – czworokąty, pole czworokąta

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń:
dopuszczający	• zna podział czworokątów; • potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; • wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; • zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; • potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; • zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; • wie, jakie własności ma romb; • zna własności prostokąta i kwadratu; • wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; • zna własności deltoidu; • rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; • zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; • zna i rozumie definicję podobieństwa; • potrafi wskazać figury podobne; • zna twierdzenie o polach figur podobnych; • potrafi zastosować twierdzenie sinusów; • potrafi zastosować twierdzenie cosinusów; • rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; • zna co najmniej 2 wzory na pola trójkąta; • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa; • potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; • zna twierdzenie o polach figur podobnych; • zna wzór na pole koła i pole wycinka koła; • potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań; • zna wzory na pole równoległoboku;

	• zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; • zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;
dostateczny	• potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; • korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.); • potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów; • umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; • potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; • potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; • wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; • potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; • umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; • zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności;
dobry	• potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; • potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; • zna i potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; • zna i potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej

	własności trójkątów; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie);
bardzo dobry	• potrafi sprawnie zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; • korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów; • potrafi sprawnie stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; • rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) • potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola; • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).
celujący	• umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; • potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; • potrafi sprawnie stosować poznane własności i twierdzenia do rozwiązania zadań dotyczących figur płaskich; • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń; • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

Geometria analityczna

Stopień	**Wiadomości i umiejętności. Uczeń:**
dopuszczający	• wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą; • potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności; • rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej; • zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; • potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią OY od współczynnika b);

	• potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; • potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); • potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; • potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji; • potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; • potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; • zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; • potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców; • zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); • zna definicję równania ogólnego i kierunkowego prostej; • potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; • zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; • potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; • rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej; • potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; • potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; • umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej; • potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg; • rozumie określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy; • potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora; • potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej); • zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej; • potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie); • zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu;
dostateczny	• potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji; • potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY; • potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne); • potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu; • potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;

	• potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); • potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; • potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; • potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań; • potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o rożnych odciętych); • potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; • potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; • potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); • potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); • potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki; • potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; • potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układ;
dobry	• potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.; • potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu; • potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności; • sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe; • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych; • potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; • potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu; • potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań; • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; • rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry; • rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów; • rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole);

	• stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności; • dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się;
bardzo dobry	• potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej; • potrafi rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; • zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych); • wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne; • potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę; • zna prawa dotyczące działań na wektorach; • potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; • potrafi rozwiązać rożne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z rożnych działów matematyki;
celujący	• rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności; • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań.

Ciągi

Stopień	**Wiadomości i umiejętności. Uczeń:**
dopuszczający	• rozumie definicję ciągu (ciągu liczbowego); • potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych; • potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; • potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych; • rozumie definicję ciągu arytmetycznego; • potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę; • zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; • zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; • rozumie definicję ciągu geometrycznego; • potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych; • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz; • zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu

	geometrycznego; • zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; • potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; • oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji; • rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; • zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; • potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); • potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; • zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny.
dostateczny	• wyznacza wyraz a_{n+1}ciągu określonego wzorem ogólnym; • bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący; • potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości; • wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów; • potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; • stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych; • określa monotoniczność ciągu arytmetycznego; • potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny; • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy; • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy; • potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; • potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; • potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; • stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych; • potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; • potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady); • potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie; • wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny; • oblicza oprocentowanie lokaty; • określa okres oszczędzania; • bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby;

	• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, z twierdzenia o trzech ciągach; • oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego.
dobry	• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki; • potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny; • wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny; • potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; • stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym; • określa monotoniczność ciągu geometrycznego; • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny; • potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; • stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań; • wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny; • potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; • potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym; • potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; • rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym; • oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych; • zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; • zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych; • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.
bardzo dobry	• potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; • potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego; • potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności; • zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu; • potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym;
celujący	• potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu; • potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach.

Elementy analizy matematycznej

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń:
dopuszczający	• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu; • rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie; • oblicza granice funkcji w punkcie; • oblicza granice funkcji w nieskończoności; • oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie; • oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie; • rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie; • rozumie pojęcie ilorazu różnicowego funkcji; • rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie; • rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej;
dostateczny	• uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie; • oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie; • oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie; • wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji; • wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji; • stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie; • sprawdza ciągłość funkcji w punkcie; • sprawdza ciągłość funkcji; • stosuje własność Darboux do uzasadnienia istnienia miejsca zerowego funkcji; • korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie; • potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze) • potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej; • potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych;
dobry	• potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze; • zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux); • potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją); • zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji; • potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna; • potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych; • wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki; • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna; • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie;
bardzo dobry	• potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji; • potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji

	w rozwiązywaniu różnych zadań; • potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji; • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności;
celujący	• rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną; • potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk.