Zespół Szkół Mechanicznych nr 1
im. Szczepana Humberta w Krakowie
Technikum Mechaniczne nr 15
Zespół przedmiotowy nauczycieli matematyki

Wymagania z wiedzy i umiejętności na poszczególne stopnie szkolne z matematyki dla klas pięcioletniego technikum po szkole podstawowej.

MATeMAtyka.
Zakres rozszerzony.
Nowa Era.

Uczeń, aby otrzymać daną ocenę powinien opanować umiejętności wymagane na daną ocenę oraz wymagania na oceny niższe

Klasa 4 Tpc technikum

mgr Iwona Marzęda

Funkcje trygonometryczne

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń potrafi:
dopuszczający	♦ obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu ♦ zaznaczać kąt w układzie współrzędnych ♦ określać znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta ♦ obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150° ♦ określać położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta ♦ wykorzystać funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach ♦ zapisać miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360° + \alpha, k \in \mathbf{Z}$ ♦ zamieniać miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie ♦ odczytywać okres podstawowy funkcji z jej wykresu ♦ szkicować wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określać ich własności ♦ szkicować wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określać jej własności ♦ szkicować wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX* ♦ obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus ♦ zapisywać dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90° \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$ ♦ stosować wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów ♦ rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne ♦ posługiwać się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
dostateczny	♦ szkicować wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = \|f(x)\|$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określać ich własności – w prostych przypadkach ♦ uzasadniać proste tożsamości trygonometryczne, podać odpowiednie założenia ♦ wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów ♦ stosować wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach ♦ rozwiązywać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne
dobry	♦ obliczać wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080° ♦ stosować w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach ♦ wyznaczać kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach ♦ szkicować wykres funkcji okresowej

	♦ stosować okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości ♦ stosować własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej ♦ szkicować wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(\|x\|)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określać ich własności ♦ na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicować wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określać ich własności ♦ stosować w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych ♦ obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
bardzo dobry	♦ udowadniać tożsamości trygonometryczne, podać odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach ♦ stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach ♦ stosować wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych ♦ stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta
celujący	♦ wyprowadzać wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta ♦ rozwiązywać zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności ♦ rozwiązywać nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

Geometria analityczna

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń potrafi:
dopuszczający	♦ obliczać odległość między punktami w układzie współrzędnych ♦ stosować wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców ♦ stosować wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach ♦ stosować wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach ♦ podać równanie okręgu o danym środku i promieniu ♦ podać współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej ♦ wyznaczać równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt ♦ sprawdzać, czy punkt należy do danego okręgu

	♦ wykonywać działania na wektorach ♦ rozpoznać figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne ♦ wyznaczać współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych
dostateczny	♦ obliczać odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi ♦ podać współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci ogólnej ♦ podać liczbę punktów wspólnych i określić wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami ♦ opisać koło w układzie współrzędnych ♦ sprawdzić, czy punkt należy do danego koła ♦ rozwiązać algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podać ich interpretację geometryczną ♦ sprawdzić, czy wektory są równoległe, czy prostopadłe ♦ stosować działania na wektorach do badania współliniowości punktów ♦ stosować działania na wektorach do podziału odcinka ♦ wykorzystywać działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych ♦ rysować obraz figury w symetrii osiowej, środkowej, przesunięciu ♦ wyznaczać środek symetrii i oś symetrii figury ♦ definiować jednokładność i podać przykłady figur jednokładnych
dobry	♦ wyznaczać równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej ♦ stosować własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach ♦ stosować wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach ♦ sprawdzać, czy dane równanie jest równaniem okręgu ♦ określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami ♦ wykorzystać wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem ♦ stosować układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów ♦ podać geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia ♦ opisać układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
bardzo dobry	♦ wyznaczać wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg ♦ stosować równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie ♦ stosować w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach ♦ stosować własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach
celujący	♦ wykorzystać działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie ♦ rozwiązać zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

Ciągi

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń potrafi:
dopuszczający	♦ wyznaczać kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów ♦ wyznaczać wyrazy ciągu opisanego słownie ♦ szkicować wykres ciągu ♦ wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów ♦ wyznaczać wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach ♦ podać przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki ♦ uzasadniać, że dany ciąg nie jest monotoniczny ♦ wyznaczać wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym ♦ badać monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach ♦ podać przykłady ciągów arytmetycznych ♦ wyznaczać wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica ♦ określać monotoniczność ciągu arytmetycznego ♦ wyznaczać wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy ♦ stosować związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego ♦ sprawdzać, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach ♦ obliczać sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego ♦ podać przykłady ciągów geometrycznych ♦ wyznaczać wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz ♦ wyznaczać wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy ♦ sprawdzać, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach ♦ obliczać sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego ♦ wyznaczać wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach ♦ obliczać oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach ♦ ustalać na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podać jej wartość ♦ ustalić liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach ♦ podać granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$ ♦ rozpoznać ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określić, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy ♦ sprawdzić, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny – w prostych przypadkach ♦ obliczać sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

dostateczny	♦ wyznaczać początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach ♦ określać monotoniczność ciągu geometrycznego ♦ stosować własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach ♦ obliczać wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji ♦ stosować twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$ ♦ obliczać granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
dobry	♦ wyznaczać wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach ♦ badać monotoniczność ciągów ♦ rozwiązywać równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach ♦ stosować związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu ♦ uzasadniać wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego ♦ rozwiązywać zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami ♦ obliczać granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach ♦ stosować wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów ♦ uzasadniać, że dany ciąg nie ma granicy ♦ obliczać granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach ♦ wyznaczać wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny ♦ stosować wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów ♦ rozwiązywać równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego ♦ zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły
bardzo dobry	♦ rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu ♦ rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu ♦ stosować w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie ♦ stosować wiedzę o ciągach w zadaniach geometrycznych ♦ rozwiązywać zadania tekstowe łączące wiadomości o ciągach arytmetycznych i geometrycznych ♦ badać monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów

	♦ stosować wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznych
celujący	♦ rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu ♦ rozwiązywać zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego ♦ wyznaczać granicę ciągu w zależności od wartości parametru ♦ uzasadniać istnienie granicy niewłaściwej

Rachunek różniczkowy

Stopień	Wiadomości i umiejętności. Uczeń potrafi:
dopuszczający	♦ uzasadniać, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach ♦ obliczać granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach ♦ obliczać granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach ♦ obliczać pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie ♦ podać ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu ♦ wyznaczać ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum ♦ uzasadniać, że dany wielomian nie ma ekstremum
dostateczny	♦ wyznaczać równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach ♦ sprawdzać, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach ♦ stosować interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i obliczać miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią *OX* – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie ♦ stosować twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach ♦ wyznaczać wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach ♦ stosować pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach ♦ korzystać z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów ♦ wyznaczać najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach

	♦ rozwiązywać zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach ♦ podać i stosować schemat badania własności funkcji ♦ szkicować wykres wielomianu na podstawie badania jego własności
dobry	♦ uzasadniać, że funkcja nie ma granicy w punkcie ♦ uzasadniać, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie ♦ obliczać granicę funkcji w punkcie ♦ stosować twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie ♦ obliczać granice funkcji w nieskończoności ♦ wyznaczać równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach ♦ badać ciągłość funkcji ♦ wyznaczać wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale ♦ obliczać pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach ♦ stosować interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; obliczać kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach ♦ stosować twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie ♦ wyznaczać współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki ♦ stosować interpretację fizyczną pochodnej funkcji ♦ wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach ♦ uzasadniać monotoniczność funkcji w danym zbiorze ♦ wyznaczać ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach ♦ uzasadniać, że funkcja nie ma ekstremum ♦ wyznaczać wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym ♦ rozwiązywać zadania optymalizacyjne
bardzo dobry	♦ obliczać granicę funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych ♦ stosować własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości ♦ uzasadniać istnienie pochodnej funkcji w punkcie ♦ wyznaczać pochodne funkcji trygonometrycznych ♦ wyznaczać pochodną funkcji złożonej ♦ wyznaczać wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna ♦ rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji ♦ badać własności funkcji i szkicuje jej wykres
celujący	♦ wyprowadzać wzory na pochodne funkcji ♦ wyprowadzać wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ♦ wyznaczać równania asymptot ukośnych wykresu funkcji

	♦ rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

Statystyka

Stopień	**Wiadomości i umiejętności. Uczeń potrafi:**
dopuszczający	♦ zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej; ♦ potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; ♦ wyznaczać medianę i dominantę zestawu danych ♦ potrafi obliczyć średnią arytmetyczną zestawu danych; ♦ potrafi wyznaczyć medianę i dominantę zestawu danych; ♦ potrafi obliczać średnią ważoną liczb z podanymi wagami.
dostateczny	♦ potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów; ♦ potrafi określać zależności między odczytanymi danymi; ♦ wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną; ♦ wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę; ♦ wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami; ♦ wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych; ♦ stosuje w zadaniach średnią ważoną.
dobry	♦ potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności; ♦ oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób; ♦ rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona.
bardzo dobry	♦ potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach; ♦ wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne.
celujący	♦ rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki